1. $f(x) = x^2 - 4x + a$ → $f'(x) = 2x - 4$

fonksiyonunun yerel ekstremum noktasının apsisi kaçtır?

A) –4 B) –2 C) 0 D) 2 E) 4

Ekstremum noktalarda eğim "sıfır" olur.

Bu yüzden f fonksiyonunun türevini sıfıra eşitlediğimizde ekstremum noktaların apsislerini elde etmiş oluruz.

$2x - 4 = f'(x) = 0$

↳ $\boxed{x = 2}$ ekstremum noktasının apsisidir.

2. $f(x) = -10 - x^2 + 6x$

fonksiyonunun yerel maksimum noktasının koordinatları toplamı kaçtır?

A) –5 B) 2 C) 0 D) 4 E) 5

$f'(x) = -2x + 6$ → sıfıra eşitlersek ekstremum noktasının apsisini elde etmiş oluruz.

$-2x + 6 = 0$

↳ $\boxed{x = 3}$

$f(3) = -10 - 9 + 18 = \boxed{-1 = y}$

Koordinatlar toplamı $3 - 1 = 2$ bulunur.

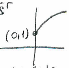
3. $f(x) = 4\sqrt{x} + 1$

fonksiyonunun var olan yerel ekstremum noktasının koordinatları toplamı kaçtır?

A) –1 B) 0 C) 1 D) 2 E) 3

$f'(x) = \dfrac{4}{2\sqrt{x}} = \dfrac{2}{\sqrt{x}}$

grafiği



(0,1) noktası f'nin yerel min noktasıdır.
Koordinatlar toplamı $0 + 1 = 1$'dir.

4. $f(x) = x^9 - 9x + 1$ → $f'(x) = 9x^8 - 9$ Sıfıra eşitlersek ekstremum noktalarının apsislerini elde ederiz.

fonksiyonunun yerel ekstremum noktalarının ordinatları toplamı kaçtır? $f'(x) = 9(x^4+1)(x^2+1)(x-1)(x+1) = 0$

$\boxed{x = 1}$ $\boxed{x = -1}$

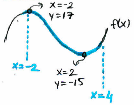
A) –18 B) –16 C) –10 D) 2 E) 3

$x = 1$ için $f(1) = -7$
$x = -1$ için $f(-1) = 9$ > ordinatlar toplamı $9 - 7 = 2$ bulunur.

5. $f(x) = x^3 - 12x + 1$ → $f'(x) = 3x^2 - 12$ → $x = 2$, $x = -2$

fonksiyonunun [–2,4] aralığında alabileceği en küçük değer kaçtır? $x = 2$ ve $x = -2$ noktalarında fonksiyonun ekstremumları vardır.

A) –15 B) –12 C) –4 D) –2 E) 0



[–2,4] aralığında alınabilecek en küçük değer, yerel minimum noktasındadır. Yani en küçük değer "–15" tir.

6. $f(x) = x^3 - ax^2 + 3x - 6$

fonksiyonunun yerel ekstremum noktalarının apsisleri çarpımı kaçtır?

A) 4 B) $\frac{2}{3}$ C) 1 D) –1 E) 2

$f'(x) = 3x^2 - 2ax + 3$ → sıfıra eşitlediğimizde ekstremum noktalarının apsislerini elde ederiz.

$3x^2 - 2ax + 3 = 0$

kökler çarpımı → $\frac{c}{a} = \frac{3}{3} = 1$ ↳ apsisler çarpımı "1"

7. $f(x) = x^3 - 3ax^2 + 3x - 1$

fonksiyonu gerçel sayılar kümesi üzerinde tanımlıdır.

f fonksiyonunun yerel ekstremum noktası olmadığına göre, a'nın en geniş değer aralığı aşağıdakilerden hangisidir?

A) [–2,0] B) [–2,2] C) [–1,1] D) [0,2] E) [–1,3]

f'nin daima artan ya da daima azalan olması gerek. Yani f'nin türev fonksiyonunda $\Delta \leq 0$ olmalı.

$f'(x) = 3x^2 - 6ax + 3$

$\Delta = 36a^2 - 4 \cdot 3 \cdot 3$

$36a^2 - 36 \leq 0$

$a^2 \leq 1$

$-1 \leq a \leq 1$ olmalıdır.

8. $f(x) = x^4 - 12x^3 - x^2 + 1$

fonksiyonu veriliyor.

Buna göre, f' fonksiyonunun yerel ekstremum noktalarının apsisleri çarpımı kaçtır? ↳ f' fonksiyonunun türevini sıfıra eşitlersek ekstremum noktalarının apsislerini elde ederiz.

A) $-\frac{1}{6}$ B) $-\frac{1}{4}$ C) $-\frac{1}{3}$ D) $-\frac{1}{2}$ E) –1

$f'(x) = 4x^3 - 36x^2 - 2x$

$f''(x) = 12x^2 - 72x - 2 = 0$ olmalı.

kökler çarpımı → $\frac{c}{a} = \frac{-2}{12} = -\frac{1}{6}$ → apsisler çarpımı "$-\frac{1}{6}$"

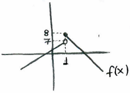
1	2	3	4	5	6	7	8
D	B	C	D	A	C	C	A

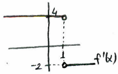
Barış

1. $f(x) = \begin{cases} -2x + 10, & x \geq 1 \rightarrow f'(x) = -2 \\ 4x + 3, & x < 1 \rightarrow f'(x) = 4 \end{cases}$

biçiminde tanımlanan f fonksiyonunun yerel ekstremum noktasının ordinatı kaçtır?

A) 4 B) 7 C) 5 D) 6 E) 8



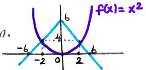


↳ grafikte görüldüğü gibi yerel ekstremum noktası → $x = 1$, $y = 8$

2. Gerçel sayılar kümesi üzerinde tanımlı f ve g fonksiyonları

$f(x) = x^2$
$g(x) = 6 - |x|$ } grafiği çizelim.

biçiminde veriliyor.



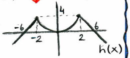
$h(x) = \begin{cases} g(x), & f(x) \geq g(x) \\ f(x), & f(x) < g(x) \end{cases}$

olduğuna göre, y = h(x) fonksiyonunun yerel ekstremum noktalarının koordinatlar toplamı kaçtır?

A) 6 B) 8 C) 10 D) 12 E) 16

$h(x) = \begin{cases} g(x), & f(x) \geq g(x) \rightarrow (-\infty, -2] \cup [2, +\infty) \\ f(x), & f(x) < g(x) \rightarrow (-2, 2) \end{cases}$

$x \in (-\infty, -2] \cup [2, +\infty)$ ise $h(x) = g(x)$
$x \in (-2, 2)$ ise $h(x) = f(x)$



h(x) grafiğinde görüldüğü gibi ekstremum noktalar → $x = -2$, $y = 4$ ve $x = 2$, $y = 4$

koordinatlar toplamı $2 + 4 + 4 + 2 = 8$ bulunur.

3. Gerçel sayılar kümesi üzerinde türevli bir f fonksiyonu

$f(x) = \begin{cases} ax + b, & x \leq 2 \\ x^2 + 1, & x > 2 \end{cases}$

biçiminde veriliyor.

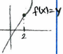
Gerçel sayılarda türevli olabilmesi için 2'de sürekli ve sağdan-soldan bakıldığında türevi eşit olmalıdır.

$2a + b = 5$ (sürekli)
$a = 2.2$ (türevli)
Buradan $a = 4$, $b = -3$ bulunur.

f fonksiyonu ile ilgili,

I. Ekstremum noktası vardır. — daima artan olduğu için yoktur
II. Tersi de fonksiyondur. — birebir ve örten olduğu için fonksiyondur.
III. y eksenini pozitif tarafta keser. — $x = 0$, $y = -3$ noktasında keser.

f fonksiyonunun grafiği

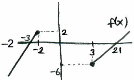


ifadelerinden hangileri kesinlikle doğrudur?

A) Yalnız I B) Yalnız II C) Yalnız III
D) II ve III E) I ve III

4. Gerçel sayılar kümesi üzerinde tanımlı f fonksiyonu

$f(x) = \begin{cases} \dfrac{x}{3} - 7, & x \geq 3 \\ 1 - k - x, & 3 > x > -2 \\ 2x + 6, & x \leq -2 \end{cases}$



kuralıyla veriliyor. $1 - k - x = h(x)$ olsun

f fonksiyonunun iki tane yerel ekstremum noktası olduğuna göre,

h(x)'te eğim negatif olduğu için azalan bir fonksiyondur. Buna göre, $h(-2) \leq 2$ olmalı. $h(3) \geq -6$ olmalı.

Ekstremum noktalarının ordinatları 2 ve −6 olduğu için $-6 \leq h(x) \leq 2$ olmalı.

I. $k = 0{,}9$ ← [1, 4] aralığında değil
II. $k = 2{,}7$
III. $k = 4{,}3$ ← [1, 4] aralığında değil

eşitliklerinden hangisi doğru olabilir?

A) Yalnız I B) Yalnız III C) Yalnız II
D) I ve II E) I, II ve III

$x = -2$ için → $1 - k + 2 \leq 2$ → $k \geq 1$
$x = 3$ için → $1 - k - 3 \geq -6$ → $k \leq 4$
$1 \leq k \leq 4$ aralığında olmalı.

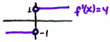
5. R – {a} üzerinde tanımlı türevlenebilir f fonksiyonunun türev fonksiyonu

$f'(x) = \dfrac{x}{|x|}$

biçiminde verilmiştir.

$x = 0$ paydayı sıfır yapar. Buradan $a = 0$ olur.

$x > 0$ ise $f'(x) = 1$
$x < 0$ ise $f'(x) = -1$ → grafiği



Buna göre,

I. $\lim\limits_{x \to a} f(x)$ vardır. — $x = a = 0$ apsisli noktada türev yok. Sağdan ve soldan limitinin eşit olmamasından kaynaklanıyor olabilir ama kesin doğru diyemeyiz.
II. f fonksiyonunun $x = a$ apsisli noktasında yerel ekstremumu vardır. → $x = a = 0$ apsisli noktada yerel minimumu vardır.
III. $f(-3) < f(-5) < f(1)$ eşitsizliği sağlanır. — $x < 0$ için f azalan olduğundan $f(-3) < f(-5)$ doğrudur. Ama $f(-5) < f(1)$ hakkında bir şey diyemeyiz.

ifadelerinden hangileri daima doğrudur?

A) Yalnız I B) Yalnız II C) Yalnız III
D) II ve III E) I ve III

6. Gerçel sayılar kümesi üzerinde tanımlı f fonksiyonu

$f(x) = x^2 - 8|x| + 12$

$x > 0$ ise $x^2 - 8x + 12 = (x-2)(x-6)$
$x < 0$ ise $x^2 + 8x + 12 = (x+2)(x+6)$

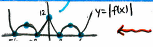
kuralıyla veriliyor.

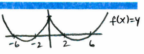
Buna göre, y = |f(x)| fonksiyonunun kaç tane ekstremum noktası vardır?

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

7 noktada ekstremumu var.

f fonksiyonunun grafiği

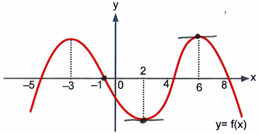




1	2	3	4	5	6
E	B	B	C	B	E

Barış

1. Aşağıdaki dik koordinat düzleminde f fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



Buna göre, y = f(x) fonksiyonunun

✓ I. x = 6 apsisli noktası, yerel maksimum noktasıdır.

✓ II. x = 2 apsisli noktası, yerel minimum noktasıdır.

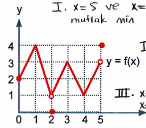
X III. x = –1 apsisli noktası, yerel minimum noktasıdır.

ifadelerinden hangileri doğrudur?

A) Yalnız I B) I ve II C) I ve III
D) II ve III E) I, II ve III

yerel max. nokta : Artanlıktan azalanlığa geçiş
yerel min. nokta : Azalanlıktan artanlığa geçiş

2. Aşağıdaki grafik y = f(x) fonksiyonuna aittir.



I. x=5 ve x=1 apsisli noktalar mutlak min noktalarıdır.

II. x=2 apsisli noktada mutlak min. vardır.

III. x=0, x=1, x=2, x=3, x=4 ve x=5 apsisli noktalarda yerel ekstremum oluşur.

Buna göre, y = f(x) fonksiyonunun

✓ I. x = 5 apsisli noktada mutlak maksimum değeri vardır.

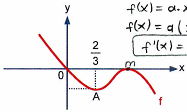
X II. x = 4 apsisli noktada mutlak minimum değeri vardır.

X III. 5 tane yerel ekstremum noktası vardır.

ifadelerinden hangileri kesinlikle doğrudur?

A) Yalnız I B) I ve II C) I ve III
D) II ve III E) I, II ve III

3.



$f(x) = a.x(x-m)^2$ olsun.
$f(x) = a(x^3 - 2mx^2 + m^2x)$
$\boxed{f'(x) = a(3x^2 - 4mx + m^2) \text{ bulunur.}}$

Yukarıdaki dik koordinat düzleminde 3. dereceden bir f fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

$A\left(\frac{2}{3}, \frac{-32}{27}\right)$ noktası f fonksiyonunun yerel minimum noktası olduğuna göre, yerel maksimum noktasının apsisi kaçtır?

Bu noktada eğim (türev) sıfır olur. Bu yüzden $f'(\frac{2}{3}) = 0$ olmalıdır.

$(m, 0)$

A) 1 B) $\frac{4}{3}$ C) 2 D) $\frac{7}{3}$ E) 3

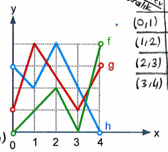
$x = \frac{2}{3}$ için $f'(\frac{2}{3}) = a(3.\frac{4}{9} - 4m.\frac{2}{3} + m^2) = 0$

$f'(\frac{2}{3}) = a\left(\frac{3m^2 - 8m + 4}{3}\right) = 0$

$a = 0$ olamayacağından $\frac{3m^2 - 8m + 4}{3} = 0$ olmalı. Buradan $\boxed{m = \frac{2}{3}}$ ve $\boxed{m = 2}$ değerleri elde edilir.

Grafikte görüldüğü gibi $m \neq \frac{2}{3}$ olduğundan dolayı $m = 2$ bulunur.

4. Aşağıdaki birimkareli dik koordinat düzleminde (0,4) aralığında tanımlı f, g ve h fonksiyonlarının grafikleri verilmiştir.



aralık \ türev	f'(x)	g'(x)	h'(x)
(0,1)	1	3	–1
(1,2)	1	–3/2	2
(2,3)	–2	–3/2	–2
(3,4)	4	2	–2

f, g ve h fonksiyonlarının yerel ekstremum noktalarının apsisleri birer tam sayı olduğuna göre,

✓ I. g'(x)·h'(x) < –3 olduğu aralıklarda f'(x) = 4'tür.

X II. g'(x)·f'(x) = 3 olduğu aralıkta h'(x) = 1'dir.

X III. h'(x)·f'(x) < 0 olduğu aralıkta g'(x) < 0'dır.

ifadelerinden hangileri kesinlikle doğrudur?

A) Yalnız I B) Yalnız II C) I ve III
D) I ve II E) I, II ve III

g'(x).h'(x) < -3 eşitsizliği sadece (3,4) aralığında sağlanır. Bu aralıkta f'(x) = 4 olur.

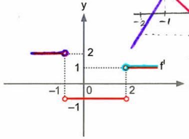
g'(x).f'(x) = 3 eşitliği (0,1) ve (2,3) aralıklarında sağlanır. Bu aralıklarda sırasıyla h'(x) = -1, h'(x) = -2 olur.

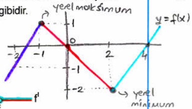
h'(x).f'(x) < 0 eşitsizliği (0,1) ve (3,4) aralıklarında sağlanır. Bu aralıklarda g'(x) > 0 olur.

Barış

1	2	3	4
B	A	C	A

1. Gerçek sayılar kümesi üzerinde sürekli bir f fonksiyonunun türevinin grafiği aşağıdaki gibidir.





eğimlerden yola çıkarak grafiği çizelim.

yerel minimum noktası (2, −2)

f fonksiyonunun grafiği orijinden geçtiği bilinmektedir. ↳ f(0) = 0 noktasında eğim yani türev f'(0) = −1'dir.

Buna göre,

✗ I. f fonksiyonunun yerel minimum noktası (3,–2) dir.

✓ II. f fonksiyonunun yerel maksimum noktası (–1,–1) dir. Grafikte görülüyor.

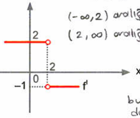
✓ III. f(3) – f(–2) = 0'dır. → Grafikten yola çıkıldığında f(3) = −1 ve f(−2) = −1 olduğu görülür. −1 − (−1) = 0 bulunur.

ifadelerinden hangileri doğrudur?

A) Yalnız I B) Yalnız II C) I ve II

D) II ve III E) I, II ve III

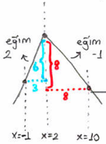
2. Aşağıda gerçel sayılar kümesinde tanımlı ve sürekli olan f fonksiyonunun türev fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



Grafiğe göre

(−∞, 2) aralığında f'(x) > 0 → f artan fonksiyon

(2, ∞) aralığında f'(x) < 0 → f azalan fonksiyon

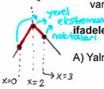


Buna göre,

✓ I. f fonksiyonu (–∞,2) aralığında birebirdir. ← bu aralıkta daima artan olduğu için birebirdir.

✗ II. f(–1) = f(10) ← eşit değil arada 2 fark var.

✓ III. [0,3] aralığında üç tane yerel ekstremum noktası vardır.



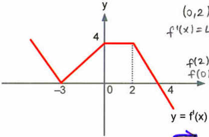
ifadelerinden hangileri kesinlikle doğrudur?

A) Yalnız I B) Yalnız II C) I ve II

D) I ve III E) I, II ve III

Barış

3. Aşağıdaki grafik f fonksiyonunun türevine aittir.



(0, 2) aralığında f'(x) = 4 ve f(x) = 4x + c olur.

f(2) = 8 + c bulunur.

f(0) = c bulunur.

f(2) − f(0) = 8 + c − (c) = 8 bulunur.

Buna göre, f fonksiyonu ile ilgili

✓ I. f(2) – f(0) = 8

✓ II. x = 4 apsisli noktada yerel maksimumu vardır.

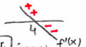
✗ III. (–∞,–3) aralığında azalandır.

ifadelerinden hangileri kesinlikle yanlıştır?

A) Yalnız I B) Yalnız II C) Yalnız III

D) I ve II E) II ve III

(−∞, −3) aralığında f'(x) > 0 olduğundan f artan fonksiyondur.

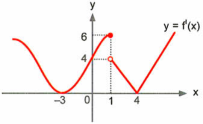


işaret tablosunda

	x = 4	
f'(x)	+	−
f(x)	↗	↘

x < 4 ise f artan, x > 4 ise f azalandır. (4, f(4)) yerel maksimum noktasıdır.

4.



Yukarıdaki dik koordinat düzleminde verilen grafik y = f(x) fonksiyonunun türevine aittir.

Buna göre,

✗ I. (1,6) noktası y = f(x) fonksiyonunun yerel maksimum noktasıdır. → (1, 6) noktası, f'(x)'in yerel maksimum noktasıdır.

✗ II. (4,0) noktası y = f(x) fonksiyonunun yerel minimum noktasıdır. → (4, 0) noktası, f'(x)'in yerel minimum noktasıdır.

✗ III. f'(4) yoktur. ↳ Grafikte de görüldüğü gibi f'(4) = 0

ifadelerinden hangileri kesinlikle yanlıştır?

A) Yalnız I B) Yalnız II C) I ve III

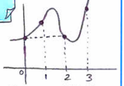
D) I, II ve III E) Yalnız III

1	2	3	4
D	D	C	D

1. Gerçel sayılarda sürekli ve türevli olan bir f fonksiyonunda [0,3] aralığı için

- $f'(2) < f'(0) < f'(1) < f'(3)$
- $f(0) = f(2) < f(1) < f(3)$

Bu şartlara uygun bir grafik çizelim.



eşitsizliklerinin sağlandığı biliniyor.

Örnek olarak çizdiğimiz grafikte (0,1) aralığında ekstremum yani $f'(x)=0$ olan bir nokta oluşmadı. Kesinlik yoktur.

Buna göre,

I. $f'(x_0) = 0$ eşitliğini sağlayan en az bir tane $x_0 \in (0,1)$ vardır.

II. f fonksiyonunun (0,3) aralığında en az 2 tane ekstremumu vardır.

III. $f'(1) \cdot f'(0) \leq 0$ → Yukarıdaki grafiğe göre $f'(1) > 0$, $f'(0) > 0$ olduğu için $f'(1) \cdot f'(0) < 0$ olması için bir zorunluluk yoktur.

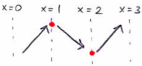
ifadelerinden hangileri **kesinlikle** doğrudur?

A) Yalnız I B) Yalnız II C) Yalnız III D) I ve III E) II ve III

$f(0) < f(1)$ → artan

$f(2) < f(1)$ → azalan

$f(2) < f(3)$ → artan

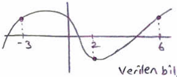


en az 2 ekstremum oluşmak zorunda.

2. Pozitif başkatsayılı üçüncü dereceden bir f fonksiyonu için → grafiğin sağ ucu yukarıda olmalı.

- $f(-3) > 0$
- $f(2) < 0$
- $f(6) > 0$

bilgileri veriliyor.



Verilen bilgilere göre böyle bir grafik oluşturabilirie.

Buna göre, f fonksiyonuyla ilgili

I. x = 5 apsisli noktasında yerel maksimum vardır.

II. x = –4 apsisli noktasında yerel minimum vardır.

III. x = 1 apsisli noktasında x eksenini keser.

ifadelerinden hangileri doğru olabilir?

A) Yalnız I B) Yalnız III C) I ve II D) I ve III E) II ve III

I. madde: $f(6) > f(2)$ olduğundan fonksiyon (2,6) aralığında artandır. Bu durumda $f(6) > f(5)$ olur. Yani, x=5 apsisli nokta, yerel maksimum olamaz.

II. madde: $f(-3) > 0$ olduğundan x = –4 apsisli noktada yerel minimum oluşamaz.

III. madde: Örnek olarak çizdiğimiz grafikte de görüldüğü gibi x=1 apsisli noktada ekseni kesebilir.

3. $f(x) = x^3 - 6x^2 + a - 1$

fonksiyonu veriliyor.

Başkatsayı pozitif olduğu için grafiğin sağ ucu yukarıda olmalı. İki farklı reel kök olduğuna göre bir tane çift katlı kök var ve bu yüzden grafik bir noktada x eksenine teğet olmalı.

y = f(x) fonksiyonunun iki farklı reel kökü olduğuna göre, a'nın alabileceği değerler toplamı kaçtır?

A) 32 B) 34 C) 35 D) 36 E) 38

$f'(x) = 3x^2 - 12x$
$f'(x) = 3x(x-4)$ → eğimin 0 olduğu noktaların apsisleri x=0 ve x=4'tür. Bu noktalardan birinin ordinatı 0 olmak zorunda. (x eksenine teğet olan nokta) Bu yüzden $f(0) \cdot f(4) = 0$ olur.

$f(0) \cdot f(4) = (a-1)(-32+a-1) = 0$

a=1 a=33

1+33=34

4. Gerçel sayılarda kümesi üzerinde tanımlı f fonksiyonu

$f(x) = 2x^4 - 4x^2 + k$ ⇒ $f'(x) = 8x^3 - 8x = 8x(x^2-1)$

biçiminde tanımlanıyor.

	–1		0		1	
–		+		–		+

max

f fonksiyonu y ekseni boyunca k – 6 birim yukarı ötelendiğinde her x gerçel sayısı için $f(x) \geq 0$ eşitsizliği sağlanmaktadır.

x=1 için $f(1) = -2+k$ min değer olur.

Buna göre, f fonksiyonunun yerel maksimum değeri kaçtır? $-2+k+k-6=0$ → k=4 bulunur.

A) –2 B) 2 C) 3 D) 4 E) 6

yerel max. nokta (0,4) noktasıdır.

5. m ve n sıfırdan farklı reel sayılar olmak üzere,

$f(x) = mx^3 + mx + m$ ⇒ $f'(x) = 3mx^2 + m$

$g(x) = nx^2 + nx + m$ ⇒ $g'(x) = 2nx + n$

fonksiyonları veriliyor.

I. m>0 ise f'(x)>0 yani daima artan, m<0 ise f'(x)<0 yani daima azalandır. x eksenini tek noktada keser.

Buna göre,

I. f(x) fonksiyonu x eksenini yalnız bir noktada keser.

II. n = 4m ise g(x) fonksiyonunun bir tane yerel ekstremum noktası vardır. $g(x) = 4mx^2 + 4mx + m = m(2x+1)^2$ $x = -\frac{1}{2}$ noktasında ekstremum yapar.

III. y eksenini kestiği noktadan çizilen teğet doğruları çakışık ise n = m'dir. $f'(0) = g'(0) \Rightarrow m = n$

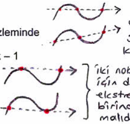
ifadelerinden hangileri **kesinlikle** doğrudur?

A) Yalnız II B) Yalnız III C) I ve II D) II ve III E) I, II ve III

Barış

1	2	3	4	5
B	B	B	D	E

Test-23



Bu şekilde bir doğru çizildiğinde 3 noktada kesişirler.

İki noktada kesişebilmesi için doğru, eğrinin yerel ekstremum noktalarından birinde eğriye teğet olmalıdır. Doğrunun eğimi de sıfır olmalıdır.

1. Dik koordinat düzleminde

$f(x) =$ $y = \dfrac{x^3}{3} - x + k - 1$ olsun.

eğrisi ile

$g(x) =$ $y = 2k - 2$ olsun.

doğrusu iki farklı noktada kesişmektedir.

Buna göre, k gerçek sayısının alabileceği değerler toplamı kaçtır?

A) –4 B) –2 C) –1 D) 2 E) 3

$x=-1 \quad x=1$

$f'(x) = x^2 - 1$

$f(-1) = k - \frac{1}{3}$ $\quad g(x) = 2k - 2 = k - \frac{1}{3} \rightarrow k = \frac{5}{3}$

$f(1) = k - \frac{5}{3}$ $\quad g(x) = 2k - 2 = k - \frac{5}{3} \rightarrow k = \frac{1}{3}$

k'nın alabileceği değerler toplamı $\frac{5}{3} + \frac{1}{3} = 2$ bulunur.

2. [m,n] aralığında tanımlı f ve g fonksiyonları sürekli, (m,n) aralığında g fonksiyonu türevlidir.

$g'(x) = f(x)$ olduğuna göre,

I. $x_0 \in (m,n)$ için $f(x_0) = 0$ ise x_0 noktası g(x) fonksiyonunun yerel ekstremum noktasının apsisidir.

II. $m < a < b < n$ ve $f(a) \cdot f(b) < 0$ için (m,n) aralığında $g'(x) = 0$ eşitliğini sağlayan en az bir $x_0 \in (m,n)$ vardır.

III. $m < x_1 < x_2 < n$ için $f(x_1) < f(x_2)$ ise $g(x_1) < g(x_2)$ olur.

ifadelerinden hangileri daima doğrudur?

A) Yalnız I B) Yalnız II C) Yalnız III

D) I ve II E) I ve III

I. madde: $g(x) = x^3$ olsun. $g'(x) = 3x^2 = f(x)$ olur. $x=0$ için $f(x)=0$ olur. Ama $g(x)$ için çift katlı kök olduğundan yerel ekstremum oluşmaz.

II. madde: $f(a) = g'(a)$, $f(b) = g'(b)$, $f(a) \cdot f(b) < 0$ ise $g'(a) \cdot g'(b) < 0$ olur. Biri negatif biri pozitif olduğuna göre (m,n) aralığında $g'(x) = 0$ eşitliğini sağlayan en az bir değer vardır.

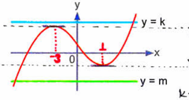
III. madde: $f(x_1) = g'(x_1) \rightarrow f(x_1) < f(x_2)$ ise $f(x_2) = g'(x_2)$ $\quad g'(x_1) < g'(x_2)$ olur. Ama bu eşitsizlik $g(x_1) < g(x_2)$ olmasını gerektirmez.

3. Aşağıdaki dik koordinat düzleminde

$y = x^3 + 3x^2 - 9x + 1$

eğrisi ile y = k ve y = m doğrusu verilmiştir.

$y' = 3x^2 + 6x - 9$
$y' = 3(x^2 + 2x - 3)$
$y' = 3(x+3)(x-1)$
$x = -3 \quad x = 1$



d olsun

$x=-3$ ve $x=1$ yerel ekstremum noktaların apsisleri ve $f(-3) - f(1) = d$ olarak bulunur.

$28 - (-4) = d$
$\boxed{32 = d}$ olur.

Buna göre, k – m farkı

$k - m > d$ olmalı.

I. 29,8 II. 32,3 III. 35,6

$k - m > 32$ olmalı.

sayılarından hangilerine eşit olabilir?

Bu şartı II ve III. madde sağlar.

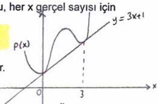
A) Yalnız I B) Yalnız II C) Yalnız III

D) II ve III E) I ve II

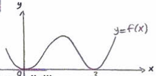
4. Gerçel katsayılı ve dördüncü dereceden olan bir P(x) polinom fonksiyonu, her x gerçel sayısı için

$P(x) \geq 3x + 1$

eşitsizliğini sağlıyor.



- $P(0) = 1$
- $P(1) = 5$
- $P(3) = 10$
- $f(x) = P(x) - 3x - 1$



olduğuna göre, f fonksiyonuyla ilgili

I. $x = \dfrac{3}{2}$ yerel maximum noktasıdır.

II. $(-\infty, 1]$ aralığında azalandır.

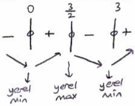
III. $[6, \infty)$ aralığında artandır.

$f(x) = ax^2(x-3)^2$
$= a(x^2 - 3x)^2$
$f'(x) = 2a \cdot (2x-3)(x^2 - 3x)$
$x = \frac{3}{2} \quad x = 0 \quad x = 3$

ifadelerinden hangileri doğrudur?

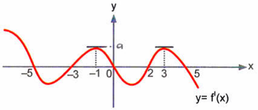
A) Yalnız I B) Yalnız II C) II ve III

D) I ve III E) I, II ve III



$(-\infty, 0)$ aralığında azalan
$(0, 1]$ aralığında artandır.

5. Aşağıdaki grafik y = f(x) fonksiyonunun türevinin grafiğine aittir.



Buna göre, aşağıdakilerden hangisi kesinlikle yanlıştır?

$x = -5,\ x = -3,\ x = 0,\ x = 2,\ x = 5$ $f'(x) = 0$ eşitliğini sağlayan tek katlı kökler olduğu için 5 tane ekstremum noktası vardır.

A) y = f(x) fonksiyonunun 5 tane ekstremum noktası vardır.

B) y = f(x) fonksiyonu [0,2] aralığında azalandır. $f'(x) < 0$ olduğundan f azalan.

C) $f'(3) > 0$ → Grafikte görüldüğü üzere $x=3$ için $f'(3) > 0$ dır.

D) $f''(-2) \cdot f'\left(-\dfrac{1}{2}\right) < 0$ → $f''(-2) < 0$, $f'(-\frac{1}{2}) > 0$

E) $f'(-1) = 0$ → grafik incelendiğinde $f'(-1)$ değerinin 0'dan büyük a değerine eşit olduğu görülür.

Barış

1	2	3	4	5
D	B	D	D	E