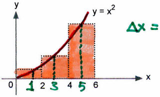
1. Aşağıdaki şekilde $y = x^2$ eğrisi üzerinde olan üç dikdörtgen [0,6] aralığının üç eş parçaya ayrılmasıyla oluşmuştur.



$\Delta x = \frac{6-0}{3} = 2$

[0,6] aralığının üç eş parçasından üst kenarlarının orta noktaları $y = x^2$ eğrisi üzerinde olduğuna göre, bu dikdörtgenlerin alanları toplamı kaçtır?

A) 35 B) 40 C) 56 D) 70 E) 80

$2 \cdot f(1) + 2 \cdot f(3) + 2 \cdot f(5)$
$= 2 \cdot 1 + 2 \cdot 9 + 2 \cdot 25 = 70$

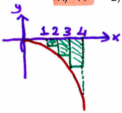
2. Gerçel sayılar kümesi üzerinde bir f fonksiyonu

$f(x) = -x^2$

biçiminde tanımlanıyor. $\Delta x = \frac{4-1}{3} = 1$

Buna göre, eşit üç alt aralığa bölünen [1,4] aralığında f fonksiyonunun Riemann üst toplamı kaçtır?

A) –14 B) –18 C) –25 D) –29 E) –30



$f(1) + f(2) + f(3)$
$= -1 + (-4) + (-9)$
$= -14$

3. Gerçek sayılar kümesi üzerinde bir f fonksiyonu

$f(x) = 2x^2 + 1$

biçiminde tanımlanıyor. $\Delta x = \frac{3-0}{3} = 1$

Buna göre, [0,3] aralığı üç eşit alt aralığa bölündüğünde f fonksiyonunun Riemann alt ve üst toplamları arasındaki farkın mutlak değeri kaçtır?

A) 13 B) 18 C) 31 D) 32 E) 36

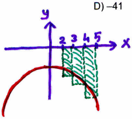
4. Gerçel sayılar kümesi üzerinde bir f fonksiyonu

$f(x) = -x^2 - 4$

biçiminde tanımlanıyor. $\Delta x = \frac{5-2}{3} = 1$

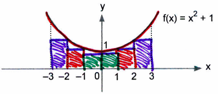
Buna göre, eşit üç alt aralığa bölünen [2,5] aralığında f fonksiyonunun Riemann alt toplamı kaçtır?

A) –66 B) –63 C) –62 D) –41 E) –39



$f(3) + f(4) + f(5)$
$= -13 - 20 - 29$
$= -62$

5.



Yukarıda [–3,3] aralığında f fonksiyonunun grafiği eşit altı alt aralığa ayrılmıştır. $\Delta x = \frac{3-(-3)}{6} = 1$

Buna göre, Riemann alt toplamı kaçtır?

A) 8 B) 12 C) 16 D) 24 E) 32

A.T. → $2 \cdot (f(0) + f(1) + f(2))$
$= 2 \cdot (1 + 2 + 5)$
$= 16$

6. [0,4] aralığında artan bir f fonksiyonu

- $f(0) = 4$
- $f(4) = 10$

eşitliklerini sağlamaktadır. $\Delta x = \frac{4-0}{4} = 1$

[0,4] aralığı dört eşit aralığa bölündükten sonra Riemann alt toplamı 24 olarak hesaplanıyor.

Buna göre, aynı durumda Riemann üst toplamı kaç olur?

A) 24 B) 25 C) 27 D) 29 E) 30

A.T. → $\underbrace{f(0)}_{4} + \underbrace{f(1) + f(2) + f(3)}_{20} = 24$

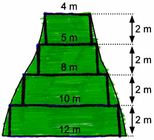
Ü.T. → $\underbrace{f(1) + f(2) + f(3)}_{20} + \underbrace{f(4)}_{10} = 30$

Barış

1	2	3	4	5	6
D	A	B	C	C	E

A.T. → $f(0) + f(1) + f(2) = 1 + 3 + 9 = 13$
Ü.T. → $f(1) + f(2) + f(3) = 3 + 9 + 19 = 31$
$|13 - 31| = 18$

7. Aşağıda, bir bahçenin alanının üstten görüntüsü gösterilmiştir.



Bahçeye kazılacak 2 metre derinliğinde bir çukur için 2 metre aralıkla birbirine paralel çizgiler çizilip çıkarılacak kumun hacmi yaklaşık olarak hesaplanmıştır.

Buna göre, bahçeden çıkan kumun hacmi kaç metreküp olabilir?

A) 135 B) 142 C) 146 D) 150 E) 160

$Alt = 2\cdot(4+5+8+10) = 54$

$Üst = 2\cdot(5+8+10+12) = 70$

Alanın yaklaşık değeri;

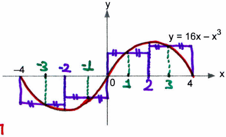
$54 < Alan < 70$

Hacmin yaklaşık değeri;

$2\cdot 54 < Hacim < 2\cdot 70$

$108 < Hacim < 140$

8. Aşağıda $y = 16x - x^3$ eğrisi verilmiştir.



$\Delta x = \dfrac{4-(-4)}{4} = 2$

$[-4,4]$ aralığı eşit uzunlukta dört alt aralığa bölünüyor. Elde edilen eş aralıkların her birinin orta noktaları eğri üzerinde olan dört dikdörtgen çiziliyor.

→ Riemann toplamı

Buna göre, bu dikdörtgenlerin alanları toplamı kaçtır?

A) 120 B) 144 C) 148 D) 154 E) 172

$2\cdot\left(|f(-3)+f(-1)| + f(1)+f(3)\right)$

$= 2\cdot(|-21-15| + 15+21)$

$= 144$

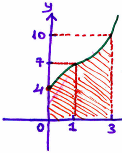
9. Gerçek sayılar kümesi üzerinde tanımlı, artan ve sürekli f fonksiyonu için

- $f(0) = 4$
- $f(1) = 7$
- $f(3) = 10$

eşitlikleri veriliyor.

Buna göre, $\int_0^3 f(x)\,dx$ aşağıdakilerden hangisi olabilir?

A) 16 B) 18 C) 21 D) 27 E) 33

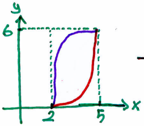


$\rightarrow \int_0^3 f(x)dx$

$Alt = 1\cdot f(0) + 2\cdot f(1) = 4+14 = 18$

$Üst = 1\cdot f(1) + 2\cdot f(3) = 7+20 = 27$

$18 < \int_0^3 f(x)dx < 27$



$\rightarrow \quad 0 < \int_2^5 f(x)dx < 18$

A sayısı 17 tane değer alabilir

10. $f : [2,5] \rightarrow [0,6]$

fonksiyonu tanımlı olduğu aralıkta süreklidir.

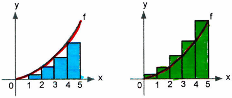
$A = \int_2^5 f(x)\,dx$

olduğuna göre, A sayısının alabileceği tam sayı değerleri kaç tanedir?

A) 10 B) 17 C) 18 D) 25 E) 30

7	8	9	10
A	B	C	B

1. Aşağıda tepe noktası orijin olan ikinci dereceden f fonksiyonunun [0,5] aralığında Riemann üst toplamı ve Riemann alt toplamı gösterilmiştir.



Yeşil boyalı dikdörtgenlerin alanları toplamı mavi boyalı dikdörtgenlerin alanları toplamından 75 birimkare fazla olduğuna göre,

$\hookrightarrow$ üst − alt = 75

$$\int_0^5 f(x)\,dx$$

integralinin değeri kaçtır?

A) 75 B) 90 C) 100 D) 125 E) 250

$f(x) = ax^2$ olsun.

Alt toplam $= f(0)+f(1)+f(2)+f(3)+f(4)$

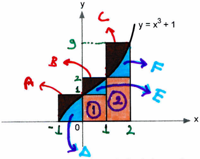
Üst toplam $= f(1)+f(2)+f(3)+f(4)+f(5)$

Üst − alt $= f(5)-f(0) = 25a - 0 = 75$

$a=3$

$$\int_0^5 3x^2\,dx = x^3 \Big|_0^5 = 125$$

2. Aşağıda $y = 1 + x^3$ eğrisi verilmiştir.



Dikdörtgenlerin x ekseni üzerinde bulunan kenarları eşit uzunluktadır.

Buna göre, kırmızı boyalı bölge ile mavi boyalı bölgenin alanları farkının pozitif değeri kaçtır?

A) $\frac{3}{2}$ B) $\frac{7}{4}$ C) $\frac{7}{2}$ D) $\frac{15}{4}$ E) $\frac{21}{4}$

3. [0,1] aralığında integrallenebilir bir f fonksiyonu için

$$\lim_{n\to\infty} \frac{1}{n}\cdot\sum_{k=1}^{n} f\left(\frac{k}{n}\right) = \int_0^1 f(x)\,dx$$

eşitliği geçerlidir.

Buna göre,

$$\lim_{n\to\infty} \frac{1^5+2^5+3^5+\ldots+n^5}{n^6} = \lim_{n\to\infty} \frac{1}{n}\cdot\sum_{k=1}^{n}\left(\frac{k}{n}\right)^5 = \int_0^1 x^5\,dx$$

limiti aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\int_0^1 x^6\,dx$ B) $\int_0^1 x^5\,dx$ C) $\int_0^1 x\,dx$

D) $\int_0^1 (x^6+x^5)\,dx$ E) $\int_0^1 x^{\frac{5}{6}}\,dx$

2. sorunun çözümü

$D = \int_{-1}^{0}(x^3+1)\,dx = x + \frac{x^4}{4}\Big|_{-1}^{0} = \frac{3}{4}$ $\quad A + D = 1$ $\quad A = \frac{1}{4}$

$1+E = \int_0^1 (x^3+1)\,dx = x + \frac{x^4}{4}\Big|_0^1 = \frac{5}{4}$ $\quad E = \frac{1}{4}$

Barış

$E + B = 1 \Rightarrow B = \frac{3}{4}$

$F+2 = \int_1^2 (x^3+1)\,dx = x + \frac{x^4}{4}\Big|_1^2 = 5 - \frac{1}{4} = \frac{19}{4}$

$F = \frac{11}{4}$ $\quad F + C = 7 \Rightarrow C = \frac{17}{4}$

$A + B + C = \frac{1}{4} + \frac{3}{4} + \frac{17}{4} = \frac{21}{4}$

$D + E + F = \frac{3}{4} + \frac{1}{4} + \frac{11}{4} = \frac{15}{4}$

$\Big\}$ fark $\frac{6}{4} = \frac{3}{2}$

4. [0,1] aralığında integrallenebilir bir f fonksiyonu için

$$\lim_{n\to\infty} \frac{1}{n}\cdot\sum_{k=1}^{n} f\left(\frac{k}{n}\right) = \int_0^1 f(x)\,dx$$

eşitliği geçerlidir.

Buna göre,

$$\lim_{n\to\infty}\left[\left(\frac{1}{n^2}+\frac{1}{n^4}\right)+\left(\frac{2}{n^2}+\frac{8}{n^4}\right)+\left(\frac{3}{n^2}+\frac{27}{n^4}\right)+\ldots+\left(\frac{n}{n^2}+\frac{n^3}{n^4}\right)\right]$$

limitinin değeri kaçtır?

A) $\frac{1}{8}$ B) $\frac{1}{6}$ C) $\frac{1}{5}$ D) $\frac{1}{4}$ E) $\frac{1}{2}$

$$= \lim_{n\to\infty} \frac{1}{n}\left[\frac{1}{n}\left(1+\frac{1}{n^2}\right) + \frac{2}{n}\left(1+\frac{4}{n^2}\right) + \ldots\ldots + \frac{n}{n}\left(1+\frac{n^2}{n^2}\right)\right]$$

$$= \lim_{n\to\infty} \frac{1}{n}\cdot\sum_{k=1}^{n} \frac{k}{n}\left(1+\left(\frac{k}{n}\right)^2\right)$$

$$= \int_0^1 x\cdot(1+x^2)\,dx = \frac{x^2}{2} - \frac{x^4}{4}\Big|_0^1 = \frac{1}{2} - \frac{1}{4} = \frac{1}{4}$$