

1. $f(x) = \frac{x-3}{2}$

olduğuna göre, $f^{-1}(x)$ fonksiyonu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $2x-3$ B) $3x-2$ C) $2x$
D) $2x-1$ E) $2x+3$

$y = \frac{x-3}{2} \rightarrow x$ 'i yalnız bırakalım.

$2y = x-3$
 $2y+3 = x$
 $f^{-1}(x) = 2x+3$

2. $f(x) = \frac{2x-1}{x-1}$

olduğuna göre, $f^{-1}(x+1)$ fonksiyonu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\frac{x-1}{x-2}$ B) $\frac{x}{x-1}$ C) $\frac{x+1}{x+2}$
D) $\frac{2x+1}{x}$ E) $\frac{x+2}{x+1}$

$f(x) = \frac{ax+b}{cx+d} \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{-dx+b}{cx-a}$

$f(x) = \frac{2x-1}{x-1} \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{x-1}{x-2}$

$f^{-1}(x+1)$ fonksiyonunu bulmak için $f^{-1}(x)$ fonksiyonunda "x" yerine "x+1" yazalım.

$f^{-1}(x+1) = \frac{x+1-1}{x+1-2} = \frac{x}{x-1}$

3. $f: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$ olmak üzere,

$f(x) = \frac{(2a-1)x+1}{3a-4}$

$\frac{1}{3a-4} \in \mathbb{Z}$

fonksiyonunun tersi de bir fonksiyon olduğuna göre, a kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

x'in başkatsayısı "1" ya da "-1" olmalı

Ayrıca sabit terim de tam sayı olmalıdır.

1	2	3	4	5	6
E	B	A	B	E	D

$\frac{2a-1}{3a-4} = 1$

a=3 bulunur.

a=3 için $\frac{1}{3a-4} \notin \mathbb{Z}$ değildir. $\frac{1}{3a-4} \in \mathbb{Z}$ olur.

$\frac{2a-1}{3a-4} = -1$

a=1 bulunur.

4. f fonksiyonu birebir ve örtdür.

$x = \frac{f^{-1}(x)+6}{4-2 \cdot f^{-1}(x)}$

Verilen eşitlikte "x" yerine "f(x)" yazalım.

olduğuna göre, f(0) değeri kaçtır?

- A) 1 B) $\frac{3}{2}$ C) $\frac{5}{3}$ D) $\frac{7}{4}$ E) 2

$f(x) = \frac{f^{-1}(f(x))+6}{4-2f^{-1}(f(x))}$

$f(x) = \frac{x+6}{4-2x}$ $f(0) = \frac{0+6}{4-2 \cdot 0} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$

5. $f: [2, \infty) \rightarrow [-3, \infty)$ olmak üzere,

$f(x) = x^2 - 4x + 1$

\rightarrow İfadeyi tam kareye tamamlayarak yazalım.

fonksiyonu verilmiştir.

Buna göre, $f^{-1}(1)$ değeri kaçtır?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

$f(x) = x^2 - 4x + 4 - 3 = (x-2)^2 - 3$

$y = (x-2)^2 - 3 \rightarrow x$ 'i yalnız bırakalım.

$y+3 = (x-2)^2$

$\sqrt{y+3} = x-2$

$f^{-1}(x) = \sqrt{x+3} + 2$

$\sqrt{y+3} + 2 = x$

$f^{-1}(1) = \sqrt{1+3} + 2$

= 4

6. $f: [0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ olmak üzere,

$x^2 + x = a$ olsun.

Her iki tarafın karesi alınırsa

$f(x^2 + x + 2) = x^4 + 2x^3 + x^2 + 1$ $x^4 + 2x^3 + x^2 = a^2$

fonksiyonu veriliyor.

"a" yerine "x-2" yazalım.

Buna göre, $f^{-1}(x)$ fonksiyonunun kuralı aşağıdakilerden hangisidir?

$f(x) = (x-2)^2 + 1$
 $y = (x-2)^2 + 1$

- A) $\sqrt{x+1}-3$ B) $\sqrt{x-2}-1$ C) $\sqrt{x+2}-1$

D) $\sqrt{x-1}+2$

E) $\sqrt{x-1}+1$

$y = (x-2)^2 + 1 \rightarrow x$ 'i yalnız bırakalım.

$y-1 = (x-2)^2$

$\sqrt{y-1} = x-2$

$\sqrt{y-1} + 2 = x \rightarrow f^{-1}(x) = \sqrt{x-1} + 2$



1. Uygun koşullarda tanımlı f ve g fonksiyonları için
 $(f \circ g)(x) = x \rightarrow$ f ve g fonksiyonlarının birbirlerinin tersi olduğu anlaşılır.
 $4 \cdot f(x) + g^{-1}(x) = 10x - 20$ eşitlikleri sağlanmaktadır.

Buna göre, g(x) fonksiyonu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $g(x) = \frac{x-2}{4}$ B) $g(x) = \frac{x-4}{2}$
 C) $g(x) = \frac{x+2}{4}$ D) $g(x) = \frac{x+4}{2}$

E) $g(x) = \frac{x-2}{2}$

verilen eşitlikte "f(x)" yerine "g⁻¹(x)" yazalım.

4. $g^{-1}(x) + g^{-1}(x) = 10x - 20$
 $5g^{-1}(x) = 10x - 20$
 $g^{-1}(x) = 2x - 4$
 $g(x) = \frac{x+4}{2}$ bulunur.

2. Gerçek sayılar kümesinde tanımlı f ve g fonksiyonları bire bir ve örten dir.

- $f^{-1}(x) = g(x)$
 - $4x + 10 - g(x) = (g \circ f)(12 - 2x)$
- eşitlikleri veriliyor.

Buna göre, g(4) + f(13) toplamı kaçtır?

- A) 13 B) 15 C) 17 D) 18 E) 20

$4x + 10 - g(x) = g(12 - 2x)$
 $4x + 10 = g(12 - 2x) + g(x)$

$x=4 \Rightarrow 26 = g(4) + g(4)$

$13 = g(4)$

$g(4) = f^{-1}(4) = 13$

$f(13) = 4$

$g(4) + f(13) = 17$ bulunur.

3. f ile g bire bir ve örten fonksiyonlardır.

$(f \circ f)(x) = g(x)$

$= \frac{x+1}{x+2} + 1$

$\frac{x+1}{x+2} + 2$

$= \frac{2x+3}{3x+5}$

$f(x) = \frac{x+1}{x+2}$

$(f \circ f)(x) = (f \circ g)(x) \rightarrow (f \circ f)(x) = g(x)$

olduğuna göre, $(g \circ f^{-1})(0)$ değeri kaçtır?

- A) 0 B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{5}{12}$ D) $\frac{11}{24}$ E) $\frac{1}{2}$

$g(x) = \frac{2x+3}{3x+5}$

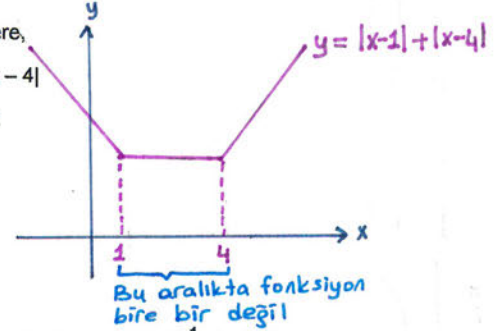
$f^{-1}(x) = \frac{-2x+1}{x-1}$

$f^{-1}(0) = -1$ $g(-1) = \frac{1}{2} = (g \circ f^{-1})(0)$

4. $f: A \rightarrow \mathbb{R}$ olmak üzere,
 $f(x) = |x-1| + |x-4|$ fonksiyonu veriliyor.

Buna göre,

- ✓ I. $A = [4, \infty)$
 ✓ II. $A = (-\infty, 1]$
 - III. $A = [1, 4]$



kümelerinden hangileri seçilirse f⁻¹ fonksiyonu oluşturulur?

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) Yalnız III
 D) I ve II E) I, II ve III

Bu aralıkta fonksiyon bire bir değil

f fonksiyonunun bire bir olduğu aralık seçilmelidir.

5. Pozitif reel sayılarda tanımlı

- ✓ I. $f(x) = x^2 \rightarrow f^{-1}(x) = \sqrt{x}$
 ✓ II. $g(x) = |x| \rightarrow g^{-1}(x) = |x|$

- x III. $h(x) = \frac{1}{1+x^2} = y \rightarrow$ Tersini almak için x'i yalnız bırakalım.

Buna göre, verilen fonksiyonlardan hangilerinin \mathbb{R}^+ kümesinde tersi vardır?

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) I ve II
 D) I ve III E) I, II ve III

$y = \frac{1}{1+x^2} \rightarrow x = \sqrt{\frac{1-y}{y}} \Rightarrow h^{-1}(x) = \sqrt{\frac{1-x}{x}}$

$y + y \cdot x^2 = 1$

$y \cdot x^2 = \frac{1-y}{y}$
 $\sqrt{x^2} = \sqrt{\frac{1-y}{y}}$

$x > 1$ için $\frac{1-x}{x} < 0$ olduğundan h⁻¹(x) fonksiyonu \mathbb{R}^+ kümesinde tanımsızdır.

6. f, reel sayılarda tanımlı olmak üzere,

$f(x) = x^5 + x - 32$

eşitliği verilmiştir.

Buna göre, $f(t) = f^{-1}(t)$ eşitliğini sağlayan t sayısı kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

$t^5 + t - 32 = t$
 $t^5 = 32 \Rightarrow t = 2$ bulunur.

1	2	3	4	5	6
D	C	E	D	C	B

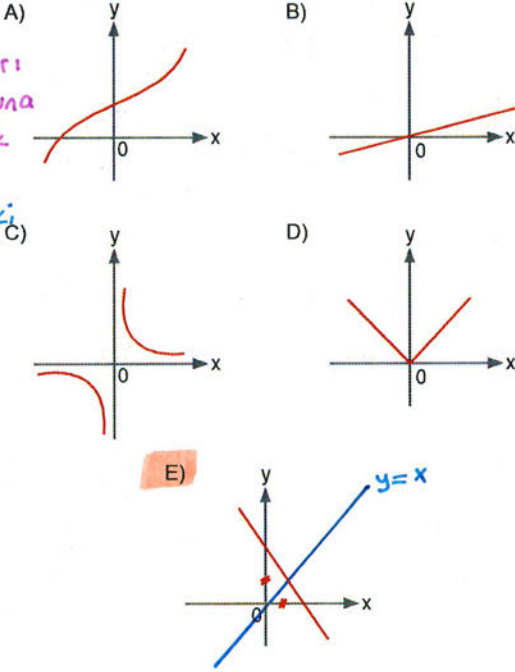


1. Reel sayılarda tanımlı bire bir ve örten f fonksiyonu için
 $(f \circ f)(x) = x \rightarrow f$ fonksiyonunun tersiyle kendisi birbirine eşit
 $f^{-1}(x) = f(x)$
 eşitliği sağlanmaktadır.

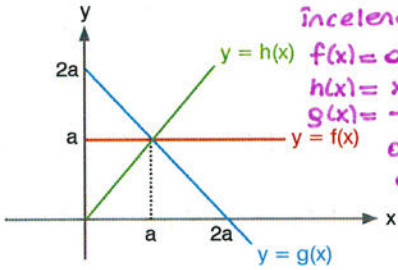
Buna göre, f fonksiyonunun grafiği aşağıdakilerden hangisidir?

$f(x) = f^{-1}(x)$
 fonksiyonları
 $y = x$ doğrusuna
 göre simetrik
 olmalıdır.

E seçeneğindeki
 grafik şartı
 sağlar.



2. Dik koordinat düzleminde $[0, \infty)$ aralığında tanımlı f , g ve h fonksiyonlarının grafikleri verilmiştir.



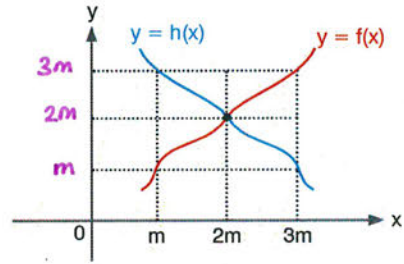
Verilen grafik
 incelendiğinde
 $f(x) = a$
 $h(x) = x$
 $g(x) = -x + 2a$
 olduğu
 anlaşılır.

Buna göre,

- I. $(f \circ h)(x) = (h \circ f)(x)$
 II. $(h^{-1} \circ g)(a) = f(x)$
 III. $2 \cdot f(x) = (h + g)(x) \rightarrow 2 \cdot a = x + (-x + 2a)$
 $2a = 2a$
 ifadelerinden hangileri kesinlikle doğrudur?

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) Yalnız III
 D) I ve III E) I ve II

- 3.



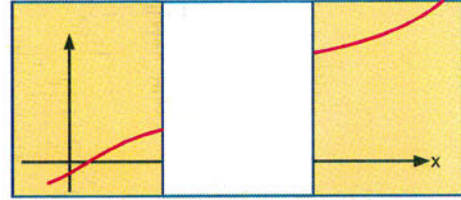
$$\begin{aligned} h(3m) &= m \\ h(m) &= 3m \\ f(3m) &= 3m \\ h^{-1}(3m) &= m \end{aligned}$$

Yukarıda eş karelere ayrılmış koordinat düzleminde $y = f(x)$ ve $y = h(x)$ fonksiyonlarının grafikleri verilmiştir.

Buna göre, $(h^{-1} \circ f \circ h)(3m)$ değeri kaçtır?

- A) 0 B) m C) 2m D) 3m E) 6m

4. Reel sayılarda tanımlı f fonksiyonunun grafiğinin çizildiği üç parçadan oluşan tahtanın orta parçası çıkarılıyor.



Buna göre, çıkarılan parça aşağıdakilerden hangisi olursa fonksiyonun tersi alınabilir?

