

1. $f(x) = x^3 - 6x^2 + 1$

fonksiyonu aşağıdaki aralıklardan hangisinde daima azalandır?

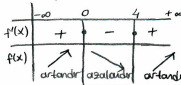
- A) (0,4) B) (1,5) C) (-1,3)
D) (4,∞) E) (-∞,3)

f fonksiyonunun türevini alırsak

$$f'(x) = 3x^2 - 12x$$

$$f'(x) = 3x(x-4) \text{ eşitliği elde edilir.}$$

$x=0$ ve $x=4$ apsisli noktalarda f fonksiyonunun eğimi 0 olur. (Aynı zamanda ekstremum noktalarıdır.)



2. $f(x) = x^2 - mx + 10$

fonksiyonu veriliyor.

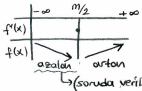
f fonksiyonunun azalan olduğu en geniş aralık $(-\infty, 4]$ olduğuna göre, m sayısı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 3 B) 4 C) 7 D) 8 E) 8

f fonksiyonunun türevini alırsak

$$f'(x) = 2x - m \text{ eşitliği elde edilir.}$$

$x = \frac{m}{2}$ apsisli nokta ekstremum noktasıdır.



f fonksiyonu $(-\infty, \frac{m}{2})$ aralığında azalandır. Buradan $\frac{m}{2} = 4$ $m = 8$ bulunur.

3. Gerçek sayılar kümesi üzerinde tanımlı f fonksiyonu

$$f(x) = x^3 - x^2 + 10x + 1 \rightarrow \text{türevini alırsak}$$

$$f'(x) = 3x^2 - 2x + 10 \text{ eşitliği elde edilir.}$$

biçiminde veriliyor.

Buna göre, f fonksiyonunun artan olduğu en geniş aralık aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(-\infty, \infty)$ B) $(-\infty, 1)$ C) $(1, \infty)$
D) $(-1, 1)$ E) $(-10, 10)$

$\Delta < 0$ olduğundan f fonksiyonu daima artandır.

4. $f(x) = x^3 + x^2 + ax + 1$

kuralı ile verilen f fonksiyonu gerçek sayılar kümesi üzerinde daima artan olduğuna göre, a sayısı aşağıdakilerden hangisi olabilir?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) $\frac{1}{3}$ E) 1

f fonksiyonunun daima artan olabilmesi için f'in türev fonksiyonunda $\Delta \leq 0$ olması gerekir.

$$f'(x) = 3x^2 + 2x + a \quad 4 - 12a \leq 0$$

$$\Delta = 2^2 - 4 \cdot 3 \cdot a$$

$$\Delta = 4 - 12a$$

$\frac{1}{3} \leq a$ Bu eşitsizliği sağlayan tek şık "E" dir.

5. $f(x) = x^4 - 4x^3 - 18x^2 + 1$

fonksiyonu veriliyor.

Buna göre, f'(x) türev fonksiyonunun azalan olduğu aralık aşağıdakilerden hangisidir?

- A) (0,3) B) (-1,3) C) (0,4)

D) (-2,2)

E) (-1,4)

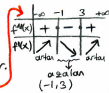
f fonksiyonunun türevini alırsak

$$f'(x) = 4x^3 - 12x^2 - 36x \text{ eşitliği elde edilir.}$$

Tekrar türevi alırsak

$$f''(x) = 12x^2 - 24x - 36 \text{ eşitliği bulunur.}$$

$$f''(x) = 12(x-3)(x+1)$$



6. Aslı Öğretmen matematik dersinde öğrencilerine aşağıdaki soruyu sormuştur.

"Daima artan ve her gerçek sayı için tanımlı olan bir f fonksiyonu aşağıdakilerden hangisi?"
a) başlatıcı olmak üzere, f'in türev fonksiyonunda $a > 0$ ve $\Delta \leq 0$ olması

Buna göre, yukarıdaki sorunun cevabı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $f(x) = x^3 - x$

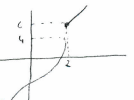
B) $f(x) = |x^3 + 1| - 1$

C) $f(x) = \begin{cases} x^4 - 1, & x > 1 \\ x^3, & x \leq 1 \end{cases}$

D) $f(x) = \begin{cases} x^3 - 4, & x < 2 \\ x + 4, & x \geq 2 \end{cases}$

E) $f(x) = \frac{x^2 + 2}{x^2 + 1}$

D şıktındaki fonksiyonun grafiğini çizerseniz



\Rightarrow Daima artan \Rightarrow her $x \in \mathbb{R}$ için tanımlı

DÜZELTME



1. Gerçek sayılar kümesi üzerinde tanımlı $y = f(x)$ fonksiyonunun türevi

$$f(x) = x^2 - 2x - 24 = (x-6)(x+4)$$

olduğuna göre,

kesinlikle doğru diyemeyiz

I. $f(-5) < f(-3)$

kesinlikle doğru

II. $f(6) < f(7)$

kesinlikle yanlış

III. $f(0) < f(4)$

A) Yalnız I B) Yalnız II C) Yalnız III

D) I ve III E) II ve III

f fonksiyonu $(-\infty, -4)$ ve $(6, +\infty)$ aralıklarında artan, $(-4, 6)$ aralığında azalır.

2. Gerçek sayılar kümesi üzerinde tanımlı f fonksiyonu

$$y = f(x) = x^3 - ax + 1 \rightarrow \text{türevi}$$

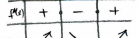
biçiminde tanımlanıyor.

$$f'(x) = 3x^2 - a$$

f fonksiyonu

$$x = -\sqrt{\frac{a}{3}} \quad x = \sqrt{\frac{a}{3}}$$

- $(-5, -2)$ aralığında artan
- $(-1, 0)$ aralığında azalan
- $(4, 5)$ aralığında artan



olduğuna göre,

- I. $a = 12 \rightarrow$ olursa kökler -2 ve 2 olur.
 II. $a = 15 \rightarrow$ olursa kökler $-\sqrt{5}$ ve $\sqrt{5}$ olur.
 III. $a = 9 \rightarrow$ olursa kökler $-\sqrt{3}$ ve $\sqrt{3}$ olur.

eşitliklerinden hangileri doğru olabilir?

A) Yalnız I B) I ve III C) Yalnız III

D) I ve II E) Yalnız II

$$x > 0 \text{ ise } f(x) = \frac{x-1}{x} \rightarrow f'(x) = \frac{1}{x^2}$$

$$x < 0 \text{ ise } f(x) = \frac{-(x+1)}{x} \rightarrow f'(x) = \frac{1}{x^2}$$

3. Sıfırdan farklı gerçel sayılarda tanımlı f fonksiyonu

$$f(x) = \frac{|x|-1}{x}$$

$$f'(x) = \frac{1}{x^2}$$

biçiminde veriliyor.

f fonksiyonunun grafiğini çizelim.



Buna göre, f fonksiyonu aşağıdaki aralıkların hangisinde daima artandır? $(-\infty, 0)$ aralığında artan, $(0, +\infty)$ aralığında azalan

A) $(-\infty, 2)$ B) $(-3, 4)$ C) $(-1, 1)$ D) $(-\infty, 0)$ E) $(-\infty, \infty)$

4. Gerçel sayılarda tanımlı f ,

$$f(x) = \frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} + ax + 10$$

biçiminde verilen f bire bir ve örten bir fonksiyondur.

Buna göre, a 'nın en küçük tam sayı değeri kaçtır?

A) 0 B) 1 C) 2 D) -1 E) -2

f fonksiyon daima artan ya da daima azalan olmalıdır. (m başkatsayı olmak üzere)

daima artan olması için $m > 0$ $\Delta \leq 0$ olmalı.
 daima azalan olması için $m < 0$ $\Delta \leq 0$ olmalı.

f fonksiyonunun türevi $f'(x) = x^2 + x + a \rightarrow \Delta = 1 - 4a$
 $\Delta \leq 0$ olmalı.

$$f(x) = \frac{x^2 + m}{x + 1} \quad -4a \leq 0 \rightarrow \frac{1}{4} \leq a \rightarrow a \text{ 'nin değeri en az } \frac{1}{4} \text{ olur.}$$

f fonksiyonunun $(-\infty, -1]$ ve $[-1, \infty)$ aralıklarında daima artan olabilmesi için m 'nin en geniş çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisi olmalıdır?

A) $(0, 1)$ B) $(-\infty, -1)$ C) $(-\infty, 1)$

D) $(-1, \infty)$ E) $(1, \infty)$

$$f'(x) = \frac{2x(x+1) - 1(x^2+1)}{(x+1)^2} = \frac{x^2 + 2x - m}{(x+1)^2}$$

$x^2 + 2x - m$ için $\Delta \leq 0$ olmalı

$$4 + 4m \leq 0 \quad m \leq -1$$

$x = -2$ payda sıfır yapar.

Buradan $|n| = 8$ bulunur.

6. $R - \{-2\}$ kümesindeki tüm x gerçel sayıları için tanımlı bir f fonksiyonu

$$f(x) = \frac{x^3 + k}{x^3 + n}$$

f fonksiyonunun türevini alırsak

$$f'(x) = \frac{3x^2(8-k)}{(x^3+n)^2}$$

biçiminde tanımlanıyor.

f 'nin artan olduğu aralıklardan biri $(-\infty, -2)$ olduğuna göre, $k + n$ toplamının değeri aşağıdakilerden hangisi olabilir? Tabloyu işaret tablosuna duralım.

A) 20 B) 18 C) 17 D) 16 E) 15

$$8 - k > 0 \rightarrow k < 8$$

$8 + 8 > k + n \rightarrow k + n < 16$
 Tabloya göre başkatsayının pozitif olduğu anlaşılır.



BİR FONKSİYONUN ARTAN VEYA AZALAN OLDUĞU ARALIKLAR

1. $f(x) = 2x - \frac{4}{x}$

f fonksiyonunun 1. türevi $\rightarrow f'(x) = 2 + \frac{4}{x^2}$

f fonksiyonunun 2. türevi $\rightarrow f''(x) = -\frac{8}{x^3}$

biçiminde tanımlı f fonksiyonu verilmiştir.

Buna göre,

X I. $f(x)$ fonksiyonu daima artandır. $\rightarrow f'(x) (-\infty, 0)$ ve $(0, \infty)$ aralığında artandır. $R - \{0\}$ aralığında

✓ II. $f(x)$ fonksiyonunun birinci türev fonksiyonu daima artan $f'(x)$ fonksiyonu, $(-7, -4)$ aralığında artandır. Olmaz.

X III. $f''(x)$ fonksiyonunun birinci türev fonksiyonu $f'''(x) > f''(x + 1)$ eşitsizliği daima sağlanır. $\rightarrow f'''(x) = \frac{8}{x^4}$ fonksiyonu $x = 0$ için sağlanmaz.

ifadelerinden hangileri doğrudur? daima azalanda bir fonksiyon.

A) Yalnız I B) Yalnız II C) Yalnız III

D) I ve II E) I ve III

3. Gerçek sayılar kümesi üzerinde 3. dereceden bir f polinom fonksiyonu

• katsayıları pozitif doğal sayılardır.

• $f(x) + f(-x) = 0 \rightarrow$ tek fonksiyon (çift terimli değil)

Buna göre, $f(x) = ax^3 + bx$ olsun. $f'(x) = 3ax^2 + b$ olur. $f''(x) = 6ax$ olur.

✓ I. f fonksiyonu bire bir ve örendir.

II. f fonksiyonunun türev fonksiyonu f' , $(-\infty, 0)$ aralığında da artandır. $(-\infty, 0)$ aralığında azalandır.

III. f fonksiyonunun birinci ikinci türev fonksiyonu f'' için $f(x) = f'(x)$ eşitliğini sağlayan üç reel kök vardır.

ifadelerinden hangileri kesinlikle doğrudur?

A) Yalnız I B) Yalnız II C) I ve II

D) II ve III E) I ve III



Barış

2. $[a, b] \subset \mathbb{R}^-$ ve $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}^+$ olmak üzere, $[a, b]$ aralığındaki her x sayısı için

$$f(b) < f(x) < f(a)$$

eşitsizliği sağlanmaktadır.

Buna göre, $g(x) = \frac{x}{f(x)}$

fonksiyonu için $g'(x) = \frac{f(x) - f'(x) \cdot x}{f^2(x)}$

X I. $y = g(x)$, $[a, b]$ aralığında artandır. $\rightarrow y' = -\frac{f'(x)}{f^2(x)} = -(-) = +$ artandır.

✓ II. $y = \frac{g(x)}{x}$, $[a, b]$ aralığında artandır. $y' = \frac{g(x) - x \cdot g'(x)}{x^2}$

X III. $y = g(x) \cdot f^2(x)$, $[a, b]$ aralığında azalandır.

ifadelerinden hangileri kesinlikle doğrudur? artandır.

A) Yalnız I B) Yalnız II C) Yalnız III

D) II ve III E) I ve III

4. f fonksiyonu gerçel sayılarda türevli bir fonksiyondur.

• $f(0) = 0$

• Her x gerçel sayısı için $f'(x) > 0$ olur. \rightarrow eğim daima pozitif. Yani f fonksiyonu daima artandır.

Buna göre,

I. $y = f(x)$

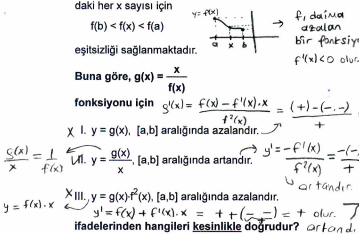
II. $y = f(2-x)$

III. $y = f(2x)$

fonksiyonlarından hangilerinin tersi de fonksiyondur?

A) Yalnız I B) Yalnız II C) Yalnız III

D) II ve III E) I ve III





1. Gerçek sayılar kümesi üzerinde tanımlı $y = f(x)$ fonksiyonu ile ilgili olarak

- $(-\infty, -2)$ açık aralığında artandır.
- $(5, 6)$ açık aralığında azalandır.
- $(6, 8)$ açık aralığında artandır.

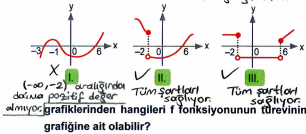
bilgileri verilmiştir.

Buna göre,

Verilen şartlara göre işaret tablosunu oluşturalım.

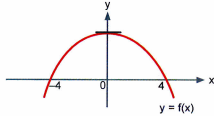
	-2	5	6	8	
$f'(x)$	+		-	+	
$f(x)$	↗		↘	↗	

$f'(x)$ fonksiyonunun $(-\infty, -2)$ ve $(6, 8)$ aralığında pozitif değer, $(5, 6)$ aralığında negatif değer aldığı görülür.



- A) Yalnız I B) Yalnız II C) Yalnız III
D) I ve II E) II ve III

3. Aşağıdaki grafik $y = f(x)$ fonksiyonuna aittir.



Tüm x gerçel sayıları için $f(x) = a(x-4)(x+4)$ olsun. (a , negatif)

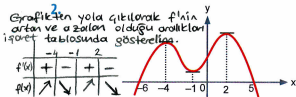
- $f(x) = g(x)$ $\rightarrow g(x) = 2ax$ olur.
- $h(x) = f(x)$ $\rightarrow \begin{cases} h(x) = a(x^2-16) \\ h(x) = a(\frac{x^3}{3} - 16x) + C \end{cases}$ eşitlikleri sağlanmaktadır.

- $(-\infty, 0]$ • f fonksiyonunun artan olduğu en geniş değer aralığı A,
 $(-\infty, +\infty)$ • g fonksiyonunun azalan olduğu en geniş değer aralığı B,
 $[-4, 4]$ • h fonksiyonunun artan olduğu en geniş değer aralığı C olduğuna göre, $A \cap B \cap C$ kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $[-4, 0]$ B) $[-4, 4]$ C) $[-4, \infty)$
D) $[0, 4]$ E) $(-\infty, 0]$

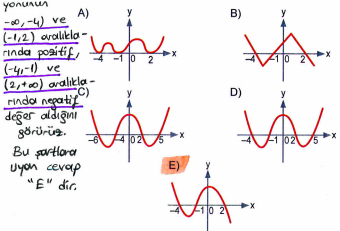
$$\left. \begin{array}{l} A \rightarrow (-\infty, 0] \\ B \rightarrow (-\infty, +\infty) \\ C \rightarrow [-4, 4] \end{array} \right\} A \cap B \cap C \rightarrow \underline{[-4, 0]}$$

BARIŞ

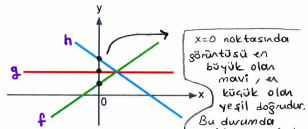


$f'(x)$ fonksiyonunun $-4, -1, 2$ absislerde kökleri olduğunu görürüz. Yukarıdaki grafik $y = f(x)$ fonksiyonuna aittir.

Aynı zamanda Buna göre, aşağıdakilerden hangisi $y = f(x)$ fonksiyonunun türevine ait olabilir?



- 4.



Yukarıdaki dik koordinat düzleminde f, g ve h fonksiyonlarının grafikleri verilmiştir.

$f(0) < g(0) < h(0)$ olduğuna göre, $f'(1), h'(2)$ ve $g'(3)$ sayılarının sıralanışı aşağıdakilerden hangisinde doğru verilmiştir?

- A) $g'(3) < h'(2) < f'(1)$ B) $g'(3) < f'(1) < h'(2)$
C) $f'(1) < g'(3) < h'(2)$ D) $h'(2) < g'(3) < f'(1)$
E) $h'(2) < f'(1) < g'(3)$

Bu durumda her x değeri için $f'(x) > g'(x) > h'(x)$ eşitliği sağlanır.